
Mathematik II: Analysis B

Übungsstunde 12

Repetition & Prüfungsvorbereitung

Visva Loganathan | vloganathan@student.ethz.ch | 28.05.2026

Material: visva-loganathan.ch

Überblick dieser Übungsstunde

1. Differentialgleichungen erster Ordnung
2. Differentialgleichungen höherer Ordnung
3. Integration in Polarkoordinaten
4. Prüfungsstrategie für offene Aufgaben

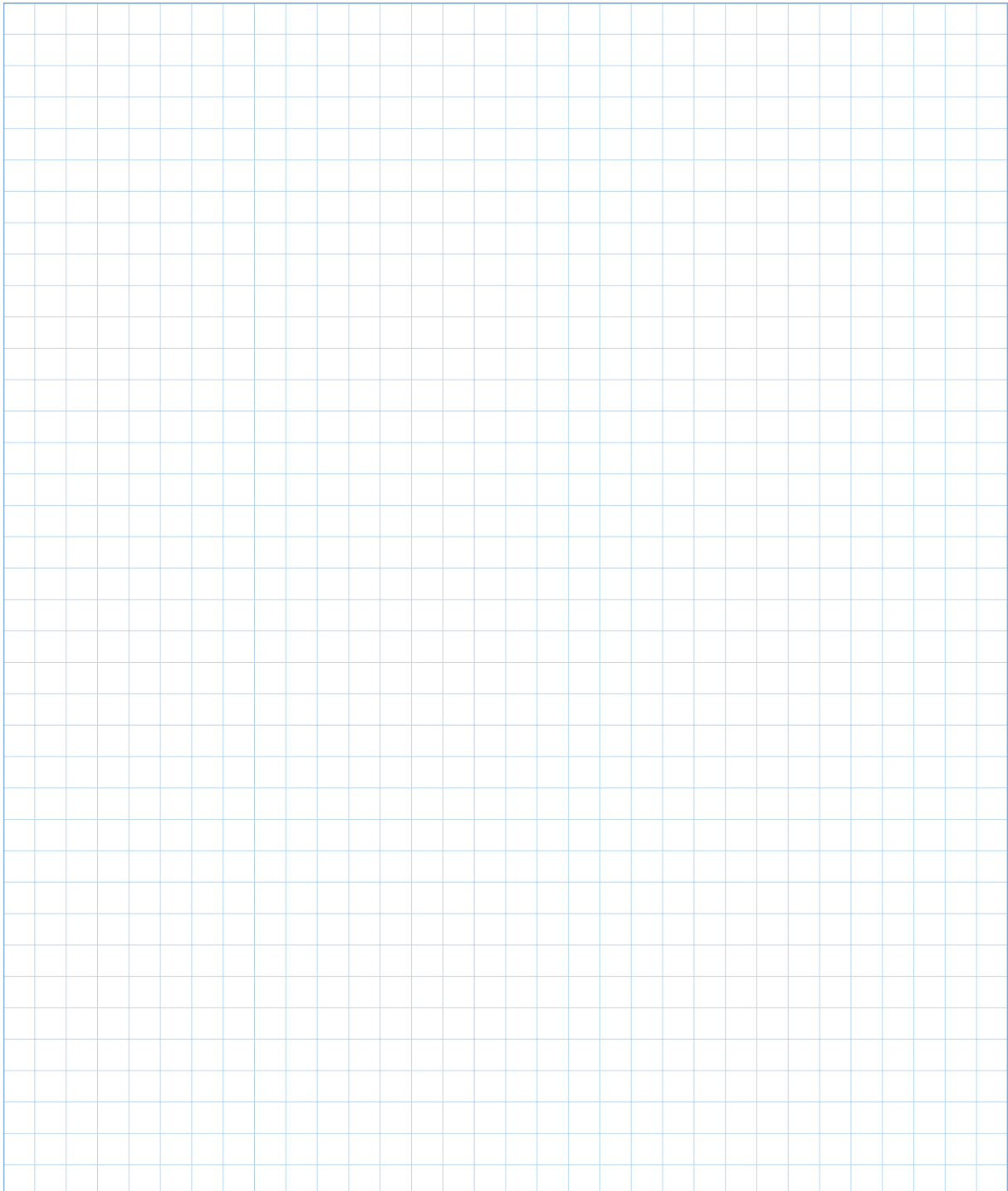
Aufgabe 1: Differentialgleichung erster Ordnung

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y'(x) = e^y(x^2 + 1).$$

(a) Bestimme die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

(b) Löse das Anfangswertproblem $\begin{cases} y'(x) = e^y(x^2 + 1), \\ y(1) = 0. \end{cases}$



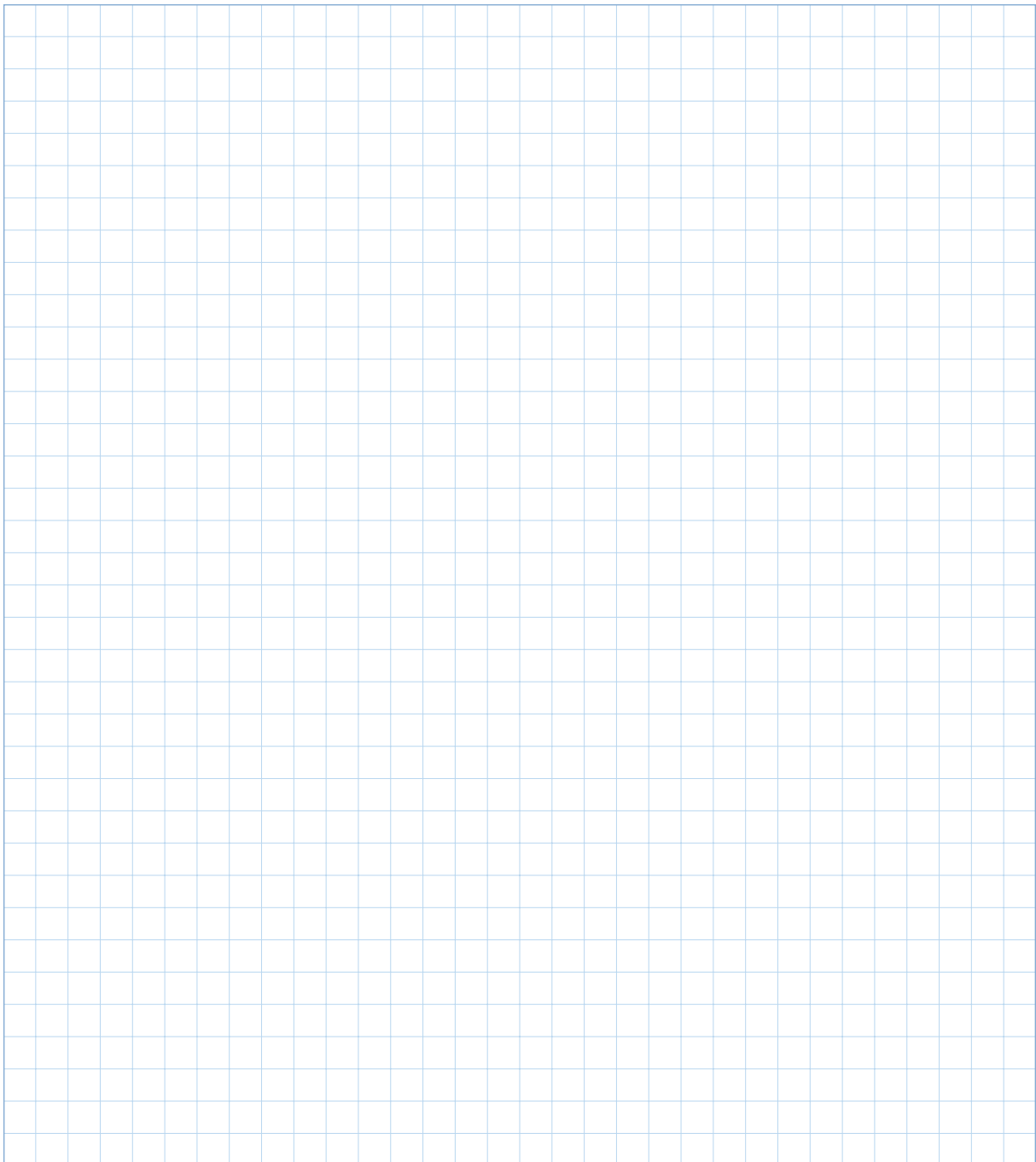
Aufgabe 2: Variation der Konstanten

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$\frac{dy}{dx} = x^2 - \frac{y}{x}, \quad x > 0.$$

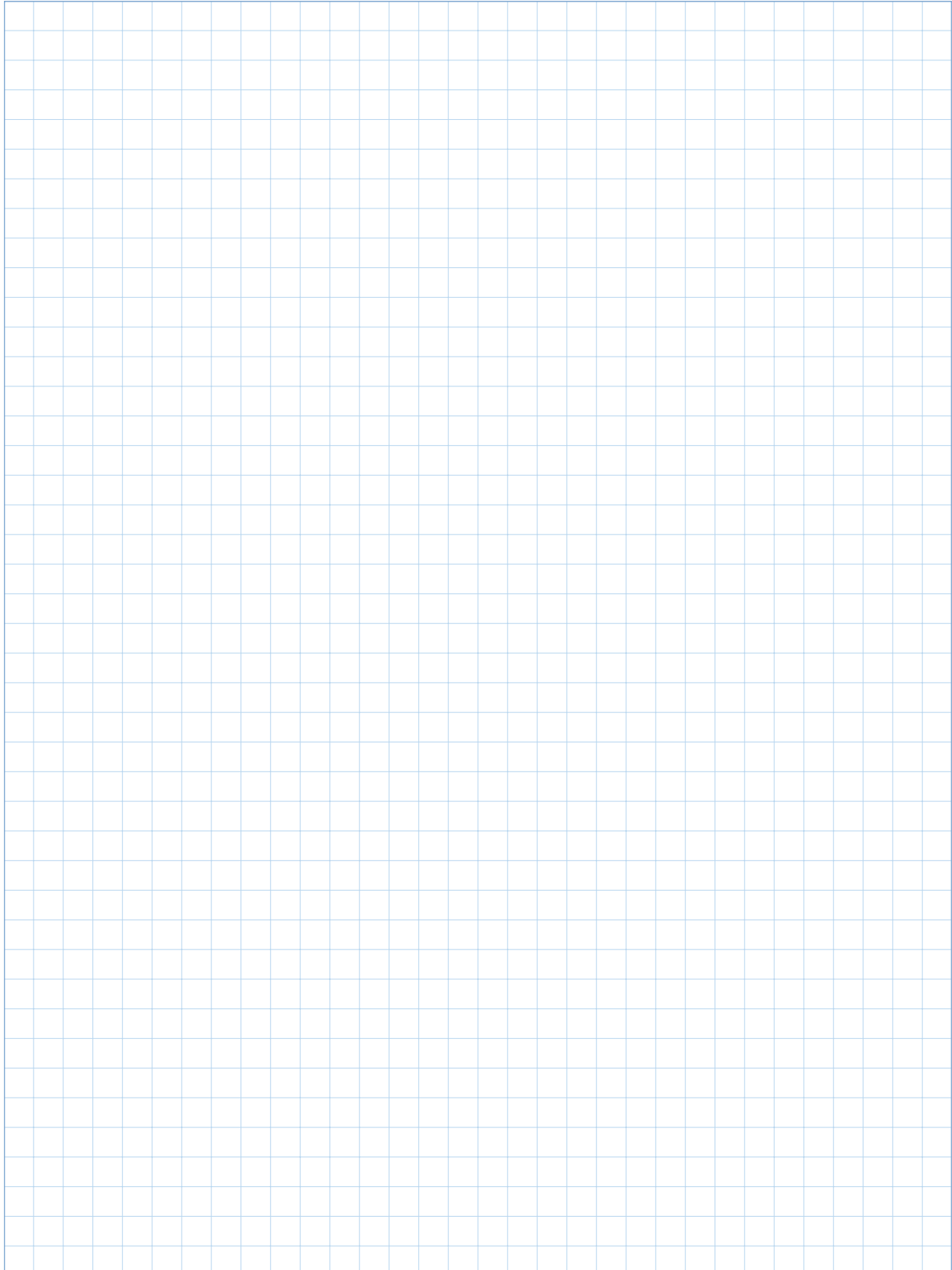
- (a) Bestimme mit Variation der Konstanten die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung.

- (b) Löse das Anfangswertproblem $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x^2 - \frac{y}{x}, \\ y(1) = 0. \end{cases}$



Aufgabe 3: Inhomogene Differentialgleichung höherer Ordnung

Löse das folgende Anfangswertproblem:
$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = 3x + 1, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$



Aufgabe 4: Das Gauss-Integral

Sei $a > 0$. Wir betrachten das Integral

$$I(a) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx.$$

Dieses Integral lässt sich nicht direkt mit einer elementaren Stammfunktion berechnen. Der Trick besteht darin, zunächst $I(a)^2$ zu betrachten.

(a) Zeige, dass gilt

$$I(a)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a(x^2+y^2)} dx dy.$$

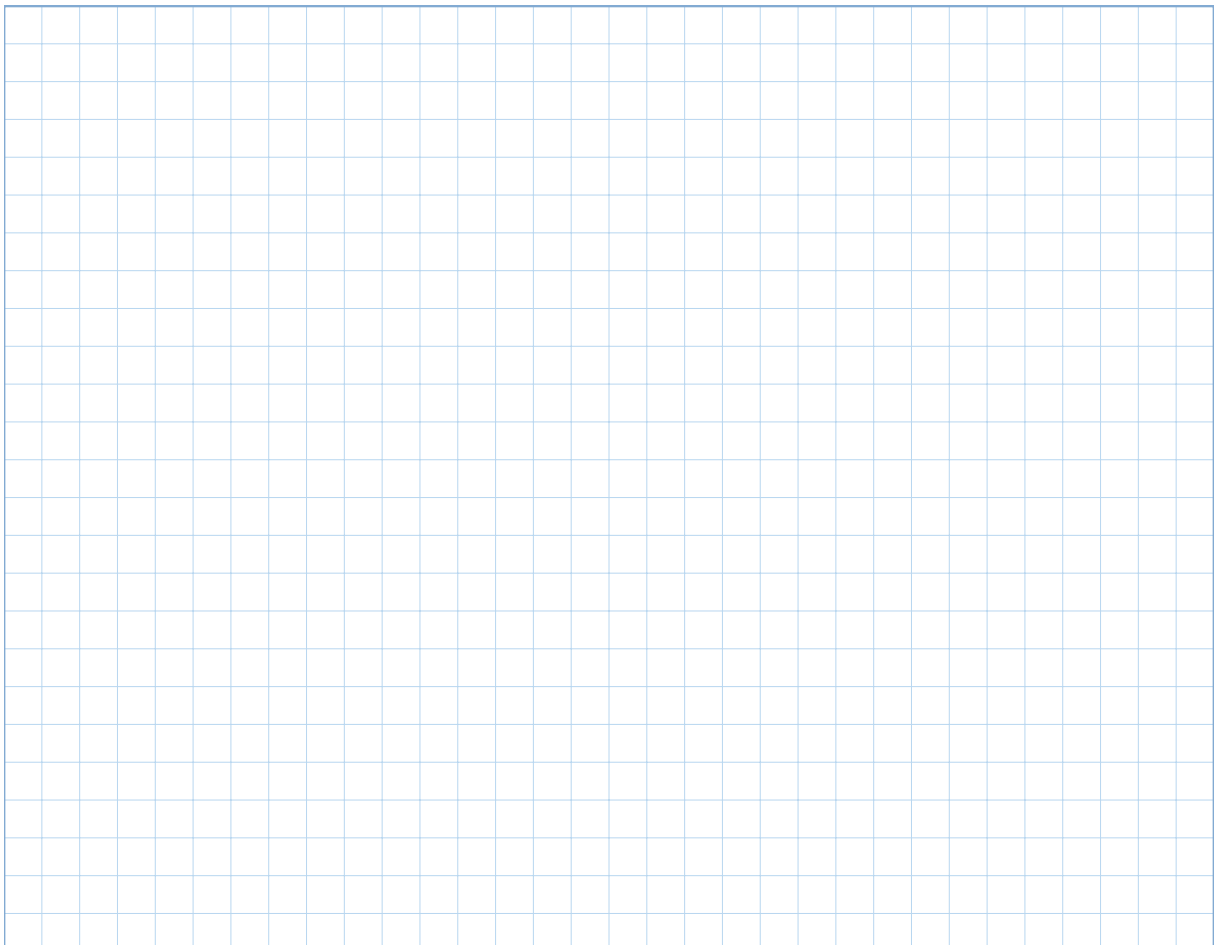
(b) Berechne dieses Doppelintegral mit Polarkoordinaten.

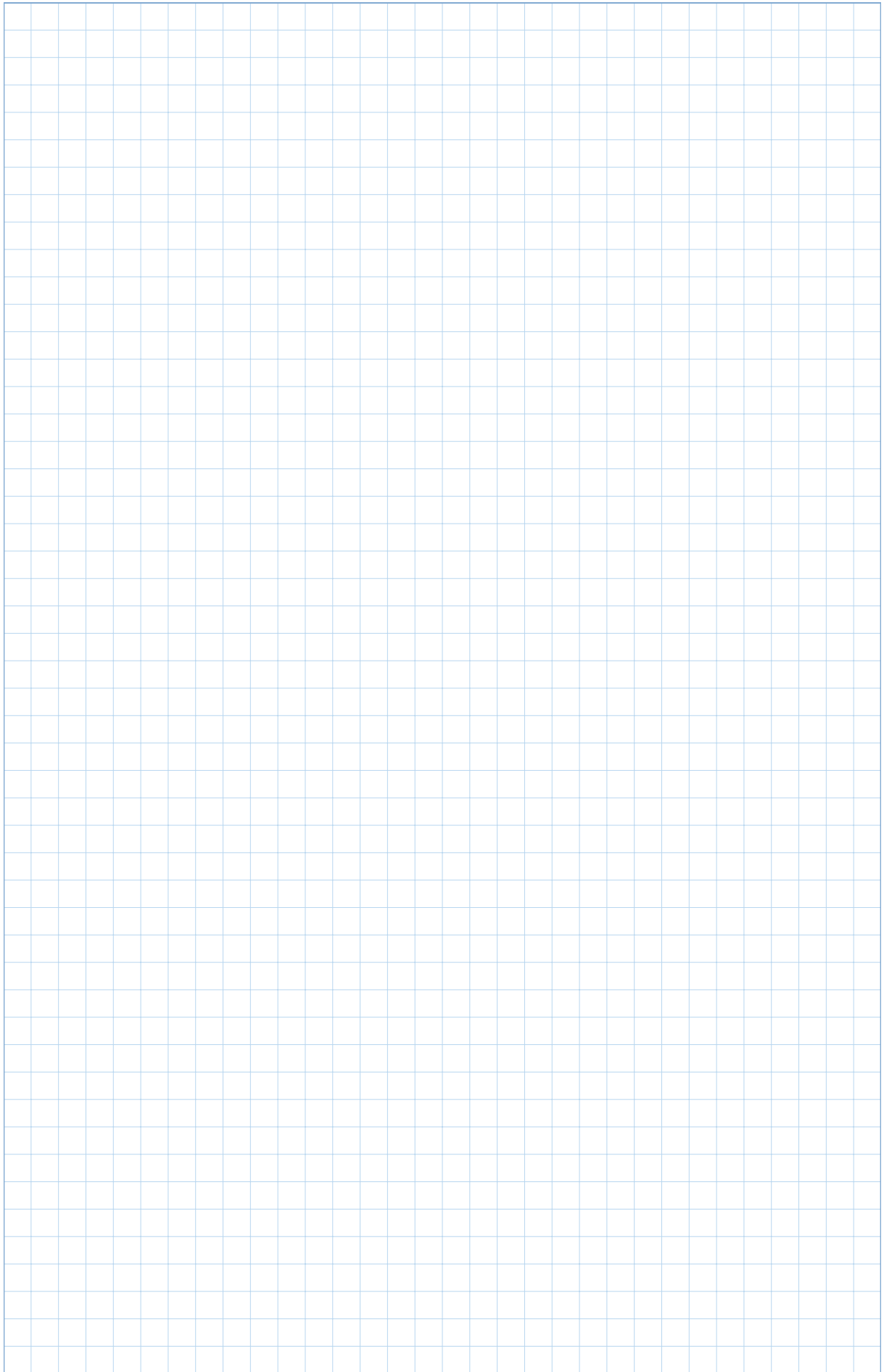
(c) Folgere daraus den Wert von

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx.$$

(d) Bestimme als Spezialfall den Wert von

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx.$$





Prüfungsstrategie für offene Aufgaben

- Zuerst den Aufgabentyp erkennen und die passende Methode wählen.
- Bei Differentialgleichungen: zuerst die allgemeine Lösung bestimmen, danach Anfangs- oder Randbedingungen einsetzen.
- Falls eine Teilaufgabe nicht gelingt: trotzdem weiterlesen. Oft wird in der nächsten Teilaufgabe ein Ersatzresultat angegeben, mit dem man weiterrechnen darf.
- Bei Doppelintegralen: zuerst das Gebiet verstehen und wenn möglich kurz skizzieren.
- Bei Polarkoordinaten:

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi, \quad dA = r \, dr \, d\varphi.$$

- Rechenweg sauber aufschreiben: Auch ein richtiger Ansatz oder eine passende Methode kann Punkte geben. Bei Differentialgleichungen sind dies z.B. Separation der Variablen, Variation der Konstanten oder Euler-Ansatz.

**Viel Erfolg bei der Prüfungsvorbereitung
und bei den kommenden Prüfungen!**